VII SEMINÁRIO E WORKSHOP EM ENGENHARIA OCEÂNICA
Rio Grande, de 23 à 25 de Novembro de 2016

ANÁLISE DA DISTRIBUIÇÃO DE TEMPERATURAS EM UM DOMÍNIO CONTENDO CAVIDADES UTILIZANDO A FERRAMENTA PDETOOL DO MATLAB

Tatielen Pereira Costa[1], Alexandre Huberto Balbino Selhorst[2]

[1]Universidade Federal do Rio Grande
Avenida Itália km 8, Campus Carreiros, Rio Grande, RS, 96201-900, Brasil
e-mail: tatielen_costa@hotmail.com
[2] Universidade Federal do Rio Grande
Avenida Itália km 8, Campus Carreiros, Rio Grande, RS, 96201-900, Brasil
e-mail: alexandre.selhorst@uol.com.br

RESUMO

Este trabalho visa obter o campo de temperaturas e o fluxo de calor por difusão para um domínio com cavidades previamente determinado. O objetivo é mostrar que a existência de cavidades no domínio pode ser inferida pelas diferenças no campo de temperaturas e do fluxo de calor medidos em regiões longe das cavidades. Para tal, utilizou-se a ferramenta PDETOOL do MATLAB, que utiliza o método de elementos finitos, para resolver a equação da distribuição do campo de temperaturas por difusão no regime permanente. Uma malha independente e correspondente ao domínio com fronteiras adiabáticas foi utilizada. A presença de cavidades funcionou como escape ao fluxo de calor, uma vez que as fronteiras externas eram adiabáticas.

Palavras chave: *Métodos de Elementos finitos, PDETOOL, Fluxo de calor, Campos de temperatura, Transferência de calor*

ABSTRACT

This paper aims to obtain a temperature field and the diffusion heat flow for a previous determined domain with cavities. The objective is to show that the presence of cavities in the domain can be inferred due to differences at the temperature field and the heat flow measured at regions that are far from the cavities. In order to do so, it was performed using finite element methods (FEM) from PDETOOL of MATLAB. An independent mesh that corresponds to the domain with adiabatic borders was utilized. The presence of cavities worked as a leakage for the heat flow, once the external frontier had adiabatic borders.

Keywords: *FEM, PDETOOL, Heat flow, Temperature field, Heat transfer*

1. INTRODUÇÃO

A crescente demanda nas mais diversas áreas e a escassez de recursos elevou a necessidade da utilização de métodos mais economicamente viáveis e velozes. Os problemas devem ser solucionados utilizando-se o mínimo de recursos e no menor tempo possível. Frente a isso, a modelagem numérica de problemas físicos é vantajosa em muitos casos, pois evita gastos desnecessários para a realização de um modelo físico para simulações e economiza o tempo gasto na construção de protótipos.

A finalidade deste trabalho é resolver um problema de transferência de calor através do uso da ferramenta PDETOOL do MATLAB para a solução de uma equação diferencial a partir do método de elementos finitos analisando a influência das condições de contorno, geração de energia e da condutividade térmica sobre o campo de temperaturas.

A maneira como o fluxo do calor se movimenta ao longo de uma superfície é de extrema importância na engenharia, uma vez que possibilita o dimensionamento de elementos onde a troca térmica é crucial para o perfeito funcionamento. Pode- se citar, por exemplo, a necessidade de pequenos orifícios nas pás de turbinas a gás. Sem esses furos o funcionamento da turbina seria impossível, pois não haveria material que suportasse a temperatura que o interior da turbina atingiria (Han et al., 2012).

2. DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

O problema proposto é verificar como as cavidades alteram o campo de temperaturas e os vetores que indicam o fluxo de calor ao longo do domínio ilustrado na Fig. 1 para as combinações: *k=1 W/mK, k=10 W/mK, k=100 W/mK e q'''=1 W/m³, q'''=10 W/m³, q'''=100 W/m³*, que foram escolhidos arbitrariamente, onde *k* é a condutividade térmica por condução e *q'''* é a taxa de geração de energia por unidade de volume.

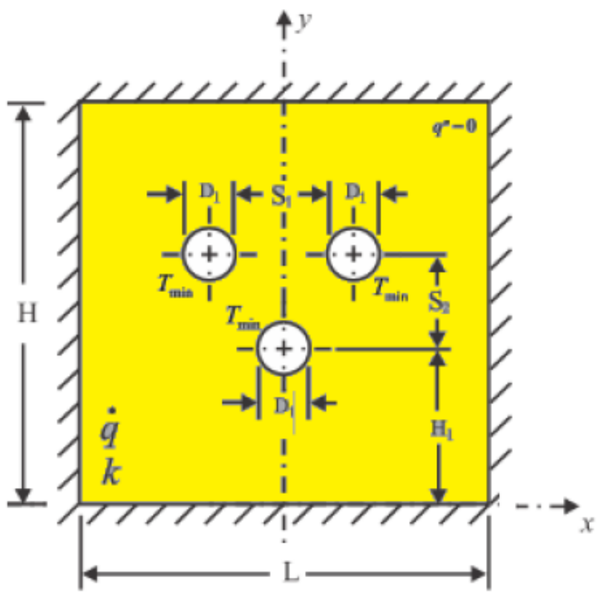

Figura 1: Domínio bidimensional onde o campo de temperaturas e os fluxos de calor serão obtidos.

Para obter a solução do problema, foram utilizados os seguintes valores, estipulados arbitrariamente:

- H= L= 1 m
- D_1= D_2= D_3= 0,05 m
- S_1= 0,4 m
- S_2= 0,1 m
- H_1= 0,3 m

Além disso, como condições de contorno têm-se superfícies externas adiabáticas, ou seja, possuem fluxo prescrito nulo, conhecida como condição de Neumann. A temperatura mínima na cavidade é definida de forma que ela possa absorver a energia gerada pelo corpo sólido, denominado na literatura como condição de Dirichlet ou de primeira espécie, ou seja:

- $q'' = 0 W/m^2$
- $T_{mín} = 0°C$

Como as cavidades possuem temperatura menor do que o restante da chapa, deve-se esperar que os vetores do fluxo de calor direcionem-se para os centros das cavidades, obedecendo, portanto, leis físicas para condutividade térmica (Young et al., 2008).

2.1. Modelo matemático

A determinação numérica da distribuição de temperaturas exige uma equação de conservação apropriada para cada um dos pontos nodais da temperatura a ser conhecida. A equação da distribuição dos campos de temperatura pode ser descrita, segundo (Incropera et al., 2008), pela Eq. (1):

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(k\frac{\partial T}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(k\frac{\partial T}{\partial y}\right)+\dot{q}=0 \qquad (1)$$

Como essa equação será resolvida no regime permanente, o termo de variação temporal é nulo.

2.2. Determinação da malha

Para determinar que malha deva ser utilizada no problema, há de se fazer um teste de independência de malha conforme mostrado em (Rodrigues et al., 2015), de forma que seja escolhida uma malha mais apropriada que minimize a sua interferência no resultado.

O teste consiste em resolver um caso padrão (onde as variáveis de condutividade térmica e da taxa de geração de energia por unidade de volume se mantêm sempre as mesmas) para vários tipos de malhas e armazenar em uma variável, a temperatura máxima. Depois de calculado para todas as malhas, faz-se a diferença da temperatura máxima de duas malhas subsequentes e divide-se pela primeira temperatura das duas analisadas, tendo assim uma diferença relativa, como mostra a Eq. (2):

$$\frac{T^{j}{}_{máx}-T^{j+1}{}_{máx}}{T^{j}{}_{máx}} \qquad (2)$$

Caso o erro relativo seja menor que $5x10^{-4}$ será adotada a malha como independente. A Tabela 1 ilustra os cálculos de independência das malhas.

Tabela 1: Teste de independência de malha.

k=1W/ m.k e q'''=1W/m^3			
Número de elementos		**$T_{máx}$**	**Erro relativo**
Nós	**Triângulos**		
292	524	0,205461721	$1,9598 \times 10^{-3}$
1110	2096	0,205802751	$3,4545 \times 10^{-4}$
4318	8384	0,205873847	$6,3212 \times 10^{-5}$**(Malha independente)**
17022	33536	0,205886860	---------------

Ao chegar no terceiro refino obteve-se um erro relativo menor do que o especificado para denominar a malha como independente, ou seja ela pode agora identificar características importantes no escoamento sem que haja divergência nos resultados, por isso é importante ter um refino mais fino em regiões de grandes gradientes, normalmente perto das paredes.

O refino é executado por etapas e o usuário escolhe quando parar de acordo com o critério de aceitação utilizado.

A utilização de malhas triangulares não estruturadas requer menos memória RAM do que uma malha estruturada, podendo dessa forma resolver o problema em menor tempo de computação (Maliska, J.R.,2001).

As Figuras 2 a 5 mostram respectivamente a discretização da malha e o seu refino.

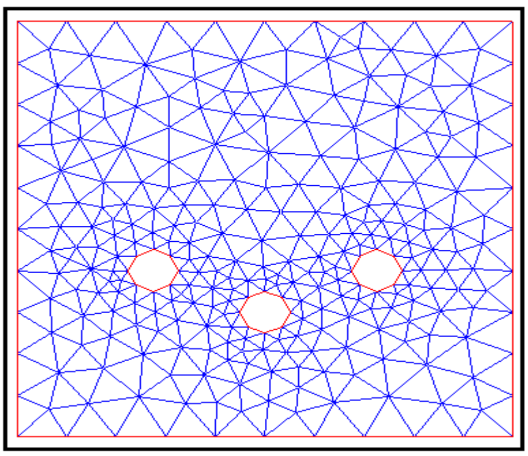

Figura 2: Malha discretizada.

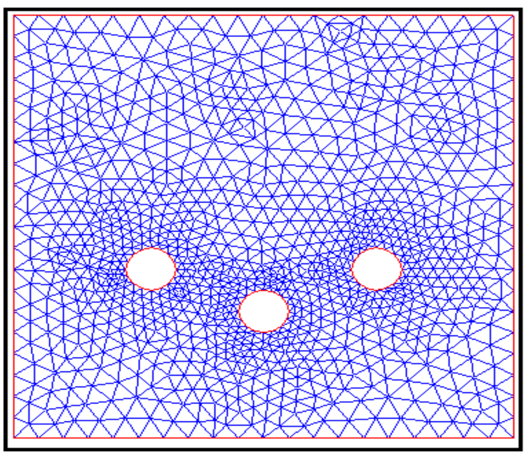

Figura 3: Malha após o primeiro refino.

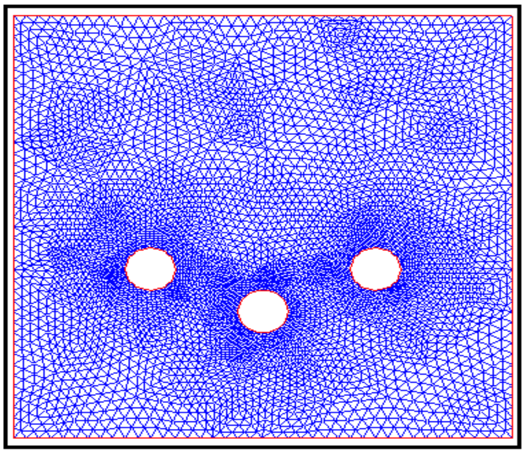

Figura 4: Malha após o segundo refino.

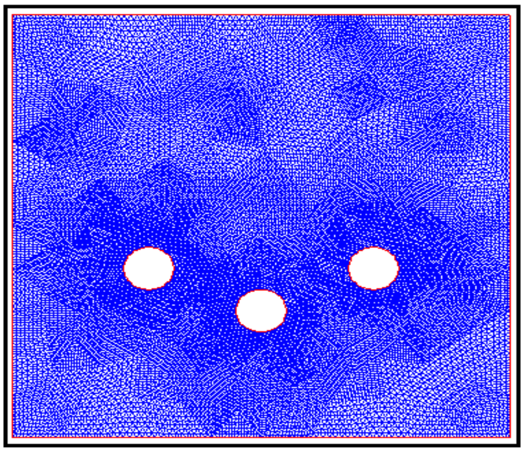

Figura 5: Malha após o terceiro refino.

3. RESULTADOS OBTIDOS

A condutividade térmica descreve o fluxo de calor através de um corpo como resultado de um gradiente de temperatura na superfície do mesmo. Para uma taxa de calor fixa, um aumento na condutividade térmica representa uma redução do gradiente de temperatura ao longo da direção da transferência de calor. Esta tendência se deve, em grande parte, às diferenças de espaçamento intermolecular nos estados da matéria. À medida que se aumentou o valor de k houve um decréscimo no valor de temperatura máxima, pois ao se melhorar a habilidade do material em conduzir energia térmica, mais rápido ele se resfria.

A medida que se aumenta a taxa de geração de energia na superfície analisada maior é a temperatura máxima para uma mesma condutividade térmica.

A Tabela 2 apresenta estes resultados.

Tabela 2: Dados de temperaturas máximas conforme variação de *k* e *q'''*.

q'''(W/m^3)	**k (W/ m.k)**	**$T_{máx}$(k)**
1	1	0,20588
10	1	2,05886
100	1	20,58868
1	10	0,02058
10	10	0,20588
100	10	2,05886
1	100	0,00205
10	100	0,02058
100	100	0,20588

A Figura 6 mostra a variação de temperaturas conforme há variação de *k* e *q'''*.

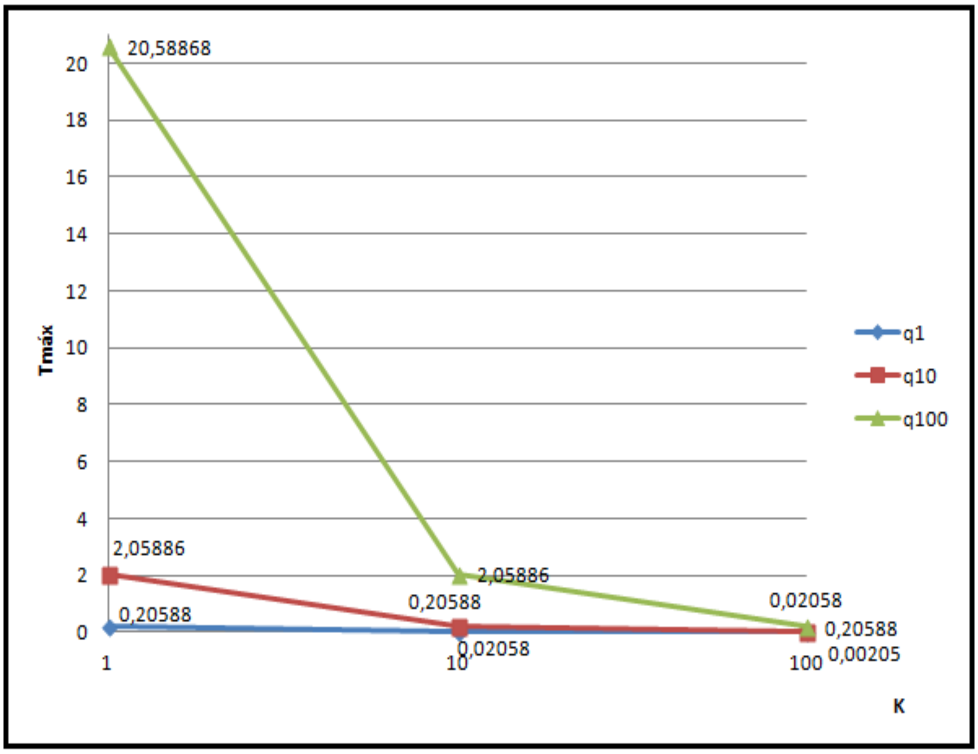

Figura 6: Comparação de temperaturas.

A Figura 7 apresenta o campo de temperaturas nas condições de condutividade térmica *k=1W/mK* e fluxo de calor *q'''=1W/m³*.

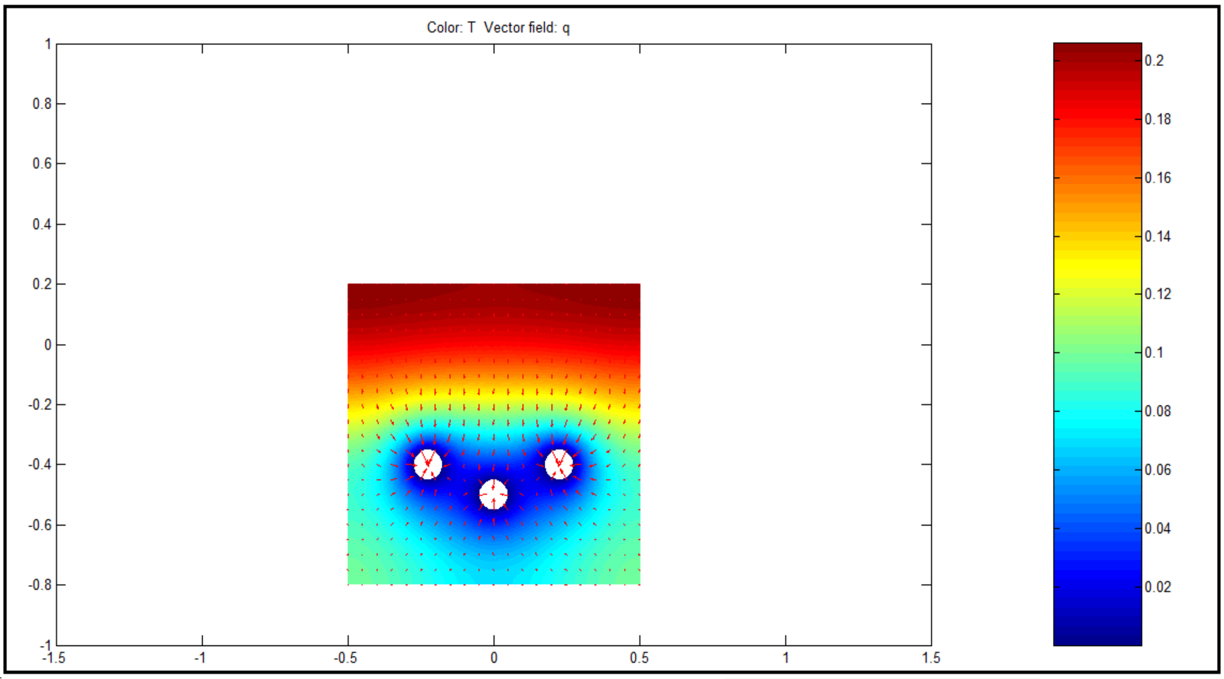

Figura 7: Campo de temperaturas.

4. CONCLUSÕES

A presença de cavidades fez com que o fluxo de calor se dirigisse até seus respectivos centros, uma vez que o contorno externo é adiabático. Percebe-se também que ao modificar o valor de uma das variáveis em questão, resulta-se em uma modificação da temperatura. Conforme se aumenta a taxa de geração de energia e se mantém constante a condutividade térmica, a temperatura máxima encontrada no sistema aumenta proporcionalmente. Isto é percebido ao analisar as figuras apresentadas. Visto que a condutividade térmica permaneceu constante, o aumento da temperatura é evidente. Na situação contrária, a variação da temperatura será negativa, agora se as duas variáveis são modificadas proporcionalmente, a temperatura máxima encontrada será a mesma entre as correspondentes análises.

4. REFERÊNCIAS

Incropera, F.P., Dewitt D., Bergman T., Lavine A., 2008, “Fundamentos de transferencia de calor e massa”. 6ª Edição, LTC. São Paulo, Brasil.

Young, H.D., Freedman, R. A., 2008, “Física II: Termodinâmica e ondas”.10ª Edição, Addison Wesley. São Paulo, Brasil.

Rodrigues, M.K., Goulart M.M., Helbig D., Magalhães G.M.C., Junior I.C.A., et al., 2015. “Constructal Design aplicado à otimização geométrica de um material de alta condutividade térmica em forma de ‘T’”. Scientia Plena Vol.11 Num.8. Disponível em https://www.scientiaplena.org.br/sp/article/viewFile/081328/1281 [2016 ago 10]

Mariska, J.R.,2001,“Geração de malhas para domínios 2,5 dimensionais usando triangulação de delaunay restrita”.Santa Catarina, Brasil.

Santos, D.S., 2009. “Utilização da ferramenta pdetool do matlab para solução da equação da difusão de calor”.

Golub, G. H., Ortega, J. M., 1991 “Scientific Computing and Diferential Equations: An Introduction to Numerical Methods”. 1ª Edição, Academic Press. Cambridge, Inglaterra.

5. NOTA DE RESPONSABILIDADE

Os autores são os únicos responsáveis pelo material impresso incluído neste trabalho.