



## VII SEMINÁRIO E WORKSHOP EM ENGENHARIA OCEÂNICA

Rio Grande, de 23 à 25 de Novembro de 2016

### DESIGN CONSTRUTAL E MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS APLICADOS À FLAMBAGEM BIAIXIAL DE PLACAS PERFORADAS LAMINADAS SIMETRICAMENTE

Thiago da Silveira<sup>1</sup>, João Paulo Silva Lima<sup>2</sup>, Mauro de Vasconcelos Real<sup>3</sup>, Luiz Alberto Oliveira Rocha<sup>4</sup>,  
Elizaldo Domingues dos Santos<sup>5</sup>, Liércio André Isoldi<sup>6</sup>

<sup>1</sup> Universidade Federal do Rio Grande

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Oceânica  
Avenida Itália, km 8, CP. 474, Rio Grande, RS, Brasil  
e-mail: engmects@hotmail.com

<sup>2</sup> Universidade Federal do Rio Grande

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Oceânica  
Avenida Itália, km 8, CP. 474, Rio Grande, RS, Brasil  
e-mail: joaop\_1005@hotmail.com

<sup>3</sup> Universidade Federal do Rio Grande

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Oceânica  
Avenida Itália, km 8, CP. 474, Rio Grande, RS, Brasil  
e-mail: mauroreal@furg.br

<sup>4</sup> Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica  
Rua Sarmento Leite, 425 - 2º Andar, Porto Alegre, RS, Brasil

<sup>5</sup> Universidade Federal do Rio Grande

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Oceânica  
Avenida Itália, km 8, CP. 474, Rio Grande, RS, Brasil  
e-mail: elizaldosantos@furg.br

<sup>6</sup> Universidade Federal do Rio Grande

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Oceânica  
Avenida Itália, km 8, CP. 474, Rio Grande, RS, Brasil  
e-mail: liercioisoldi@furg.br

#### RESUMO

*As indústrias naval e aeronáutica utilizam placas perfuradas em suas estruturas, para as mais diversas finalidades. Em se tratando de meios oceânicos, placas laminadas apresentam como grande vantagem em relação ao aço, a resistência à corrosão marinha. Placas delgadas quando solicitadas em compressão podem apresentar um fenômeno indesejado de instabilidade, a flambagem elástica. Placas laminadas solicitadas biaxialmente por cargas compressivas apresentam redução na sua carga crítica quando perfurações elípticas são aplicadas. Com aplicação do Método de Elementos Finitos e o Design Construtal, pode-se observar uma variação de 5,6% entre razões geométricas do furo  $H_0/L_0 = 0,25$  e  $H_0/L_0 = 0,53$ , quando mantidos constantes o tipo de furo elíptico e a fração*

volumétrica do furo em relação ao volume da placa igual a 0,25. Em relação à placa sem furo, a redução do valor da carga crítica representa 38,84% se relacionada ao menor valor de carga crítica encontrado.

## 1. INTRODUÇÃO

Placas finas são elementos estruturais muito utilizados na engenharia naval. Uma das grandes preocupações em um projeto estrutural naval é a estabilidade da estrutura perante as solicitações decorrentes da utilização para a qual foi projetada. A flambagem de estruturas é um fenômeno de instabilidade presente em corpos esbeltos quando submetidos a cargas de compressão. Já se possui um número considerável de trabalhos que abordam flambagem de placas finas feitas de material isotrópico, especialmente aço, onde diversas configurações são testadas e comparadas quanto ao valor da carga crítica da flambagem. Porém, em se tratando de placas delgadas de material compósito, a literatura mostra uma área menos explorada.

Um material compósito é formado por dois ou mais materiais diferentes, combinados em escala macroscópica, para funcionarem como uma unidade, visando obter um conjunto de propriedades que nenhum dos componentes apresenta individualmente (Mendonça, 2005).

Soo Kim (1995) afirma que as placas de material compósito laminado, são componentes estruturais empregados na fuselagem de aviões, no casco de navios ou na estrutura de automóveis, normalmente expostas a solicitações biaxiais de cargas no seu plano. As formas de flambagem biaxiais geralmente aparecem no plano de placas retangulares, quando estas estruturas estão submetidas a alguma condição de contorno totalmente apoiada. Ainda se esta placa for submetida a carregamentos uniaxiais compressivos, a mesma pode apresentar estado de tensão biaxial e ocorrer uma deflexão devido às interações dos carregamentos axiais e das forças reativas do contorno.

Baba e Baltacı (2007) estudaram, numericamente e experimentalmente, efeitos da configuração laminada anti-simétrica, de furos e da razão comprimento/espessura, na carga crítica de flambagem uniaxial de placas compósitas de fibra de vidro com epóxi (*E/glass-epoxy*). As cargas críticas foram apresentadas para placas simetricamente e anti-simetricamente laminadas sujeitas a carregamento axial compressivo. Concluiu-se que a presença de perfurações reduz a carga crítica de flambagem para todas as configurações testadas. Também, de forma geral, observou-se que o valor obtido para a carga crítica de flambagem uniaxial é o mesmo quando o furo é circular ou semi-circular. Foi concluído, ainda, que quando aumentada a relação comprimento/espessura há uma redução considerável da carga crítica de flambagem chegando a 75% de redução quando a relação comprimento/espessura é incrementada em 50%.

Barbero (2007) apresenta a simulação de uma placa sem perfurações, sob compressão biaxial, feita com 12 (doze) camadas de grafite-epóxi com 0,85 mm cada. Com a utilização do software ANSYS® e a aplicação do Método de Elementos Finitos (MEF), e a seleção do elemento de casca SHELL93, a carga crítica de flambagem elástica biaxial encontrada é igual a 252,70 N/mm, para uma orientação de laminação (0/90)<sub>3s</sub>.

Em Al-Qablan et al. (2010), foi utilizado o MEF para encontrar a melhor carga crítica de flambagem para as placas de material compósito, contendo furos e enrijecedores. Três tipos de carregamentos foram utilizados: uniaxial, biaxial e de cisalhamento. Baseado no modelo de estudo, foi observado que o incremento total da carga crítica de flambagem para as placas de material compósito, perfuradas, com a aplicação de enrijecedores, pode chegar a cinco vezes no carregamento uniaxial, sete vezes no carregamento biaxial e duas vezes no carregamento de cisalhamento, quando comparados os valores obtidos com os resultados da placa sem uso de enrijecedores. Ainda, considerando valores pequenos (entre 0,0 e 0,3), para as razões entre o diâmetro do furo e a largura da placa, foi possível desconsiderar os efeitos de furos para os casos de solicitação uniaxial e biaxial em placas com enrijecedores. Assim, a carga crítica ótima encontrada respeita valores da mesma razão entre 0,4 e 0,6, quando a placa apresentou o maior valor de carga suportada antes de sofrer com o fenômeno, indesejado, de instabilidade.

Em se tratando de placas compósitas laminadas com a aplicação de furos, Joshi et al. (2013) realizou a avaliação da carga crítica de flambagem biaxial para placas laminadas retangulares, simétricas, com a aplicação de perfurações circulares. O software comercial ANSYS® foi utilizado pelo autor de forma bem sucedida. Para a avaliação das cargas críticas de flambagem, é feita a variação da posição dos furos ao longo da placa. Em uma segunda análise a geometria da placa é alterada com o incremento da sua dimensão longitudinal, incremento este comandado pela variação da razão  $a/b$ , onde  $a$  é a dimensão da altura da placa (longitudinal) e  $b$  é a largura da placa, constante para a análise. Uma terceira análise é feita com a variação da relação  $b/t$ , onde  $t$  é a espessura da placa. É constatado pelo autor que a carga crítica de flambagem reduz com o aumento da razão de aspecto da placa. Conforme aumenta a relação  $b/t$ , reduz-se a carga crítica de flambagem por unidade de comprimento. A placa com o furo na parte superior apresenta maior carga crítica de flambagem do que os furos central e inferior.

Diante do exposto, no presente trabalho será desenvolvida uma análise numérica de placas finas de material compósito ortotrópico (laminado), com uma perfuração elíptica centralizada. Inicialmente, uma placa sem perfurações será estudada, definindo o esquema de laminação que propicia a maior carga crítica. Após, com esse esquema de laminação, um furo elíptico no centro da placa será inserido. A geometria do furo será variada, considerando suas dimensões características, através do grau de liberdade  $H_0/L_0$  e de acordo com o método Design Construtal. Então, utilizando um modelo computacional desenvolvido no software ANSYS (que é baseado no MEF),

as diversas geometrias propostas pelo método Design Construtal serão simuladas numericamente, tendo como objetivo identificar qual delas conduz à maior carga crítica de flambagem.

Cabe destacar que o estudo da flambagem de placas finas feitas de material compósito, com e sem perfurações, contribuirá de forma significativa às tecnologias navais, visto que o uso destes componentes pode reduzir significativamente o peso de parte das estruturas, inclusive melhorando algumas propriedades da construção final, como por exemplo o aumento da resistência à corrosão marinha. Além disso, sabe-se que placas perfuradas são amplamente utilizadas na indústria naval e os exemplos são facilmente notados: escotilhas, portas de visita, janelas de acesso, passagem de cabos e tubulações, estruturas internas de tanques comunicantes e etc.

## 2. MODELAGEM COMPUTACIONAL

O MEF aplicado através do software comercial ANSYS®, foi empregado para a modelagem computacional das placas laminadas submetidas à compressão biaxial. O ANSYS® é um software comercial, que pode ser utilizado nas mais diversas classes de problemas de engenharia. Possui habilidades para resolver diferentes tipos de análises estruturais, como por exemplo, análises estáticas, dinâmicas, modais, harmônicas, espectrais e de flambagem. No ANSYS®, para uma análise estrutural, os deslocamentos e as rotações (graus de liberdade nodais) são calculados numericamente, e a partir destes valores outras quantidades, como deformações e tensões, são determinadas (ANSYS User Manual, 2004).

Segundo Zienkiewicz e Taylor (1989) e Bathe (1996), com a evolução da ciência, o MEF é amplamente utilizado para obtenção de soluções aproximadas para muitos dos problemas encontrados na análise de engenharia, com boa precisão. No campo da análise estrutural, o MEF é usualmente adotado em sua formulação de deslocamento. Desta forma, a estrutura é dividida num certo número de pequenas regiões - os chamados elementos finitos. Estes elementos são assumidos como interconectados por um número determinado de pontos nodais localizados em seus limites (Zienkiewicz e Taylor, 1989; Bathe, 1996).

Real et al. (2010) dizem que um conjunto de funções de interpolação é utilizado para definir exclusivamente o estado de deslocamento dentro de cada elemento finito, em termos de deslocamentos de seus nós. O estado de deformação dentro do elemento é definido através das relações deformação-deslocamento. O estado de tensão ao longo do elemento é determinado pela lei de tensão-deformação do material.

Conforme ANSYS Element Manual (2009), quando feito o uso do ANSYS® 14, o SHELL281 (Fig. 1) é o elemento indicado para análises de estruturas de casca laminada com espessura fina até moderada. O elemento tem oito nós e seis graus de liberdade para cada nó, sendo eles: translações ao longo dos eixos  $x$ ,  $y$  e  $z$ , e rotações em torno dos eixos  $x$ ,  $y$  e  $z$ .

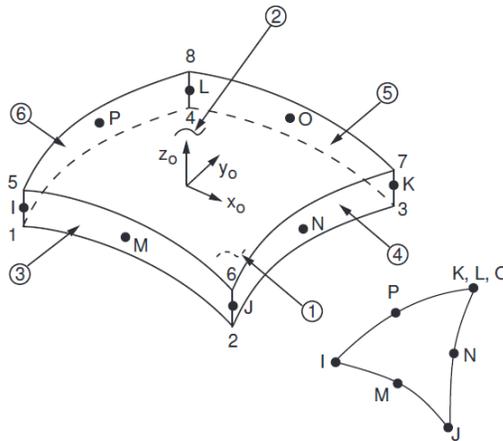


Figura 1 – Geometria do elemento SHELL281 (ANSYS User's Manual, 2009).

O estudo da carga crítica de flambagem de placas através do software ANSYS é feita através da solução de um problema elástico de autovalores. Segundo Madenci e Guven (2006), as equações de equilíbrio por elementos finitos para este tipo de análise envolvem a solução de equações algébricas homogêneas cujo autovalor mais baixo corresponde à carga crítica de flambagem e o autovetor associado representa o modo primário de flambagem.

Segundo Przemieniecki (1985), a formulação utilizada para a metodologia de análise inclui os termos lineares e os termos não lineares. Desta forma, a matriz rigidez total  $[K]$ , é obtida pela soma da matriz de rigidez convencional para pequenas deformações,  $[K_E]$ , com a matriz de rigidez geométrica  $[K_G]$ . Esta última,  $[K_G]$ , não depende apenas da geometria visto que o esforço interno  $\{P_0\}$  existente no início do carregamento deve ser considerado. Desta forma, a matriz de rigidez total da placa para um nível de carga  $\{P_0\}$  é dada por:

$$[K] = [K_E] + [K_G] \quad (1)$$

No caso de o carregamento atingir um nível de  $\{P\} = \lambda\{P_0\}$ , onde  $\lambda$  é um escalar, a matriz de rigidez passa a ser escrita como:

$$[K] = [K_E] + \lambda[K_G] \quad (2)$$

As equações, governantes, de equilíbrio para uma placa, podem ser escritas como:

$$[[K_E] + \lambda[K_G]]\{U\} = \lambda\{P_0\} \quad (3)$$

onde  $\{U\}$  é o vetor de deslocamento total.

O vetor de deslocamento total pode ser determinado por:

$$\{U\} = [[K_E] + \lambda[K_G]]^{-1} \lambda\{P_0\} \quad (4)$$

Em se tratando de flambagem de placas, o elemento estrutural em análise apresenta um grande crescimento nos deslocamentos sem que haja crescimento da carga. Desta forma os deslocamentos  $\{U\}$  tendem a infinito quando:

$$\det [[K_E] + \lambda[K_G]] = 0 \quad (5)$$

sendo  $\det$  o determinante da matriz.

A Eq. 5 representa um problema de autovalores que, uma vez resolvido, gera o menor autovalor,  $\lambda_1$ , que corresponde à carga crítica de flambagem dada por  $\{P_{Cr}\} = \lambda_1\{P_0\}$ . Esta é a carga limite onde se inicia o fenômeno de instabilidade da flambagem. O vetor de deslocamento associado  $\{U\}$  define a forma do modo de flambagem. O problema de autovalores é resolvido usando o método numérico de Lanczos (ANSYS User's Manual, 2005).

## 2.1 Verificação do modelo computacional

Para verificação do modelo computacional utilizado, dois casos foram simulados numericamente.

Primeiramente uma placa sem furos, baseada no modelo de Barbero (2007), foi analisada. O caso consiste em uma placa delgada, laminada e simétrica sob compressão biaxial, como pode ser visto na Fig. 2.

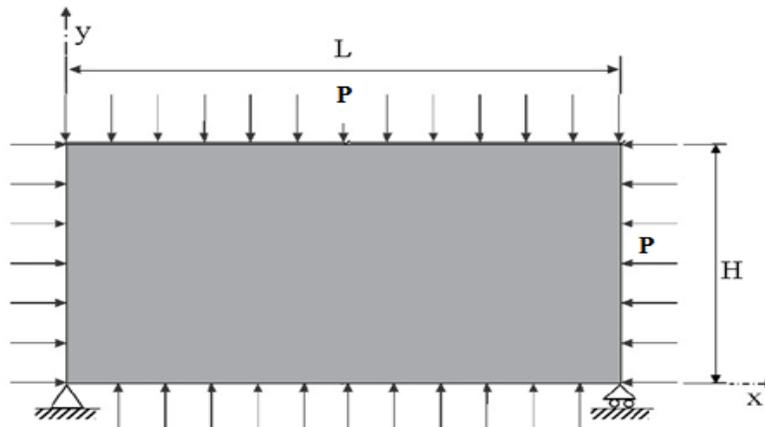


Figura 2 - Placa sem perfurações e simplesmente apoiada nas arestas, submetida à compressão biaxial.

As propriedades mecânicas do material da placa são dadas em função dos eixos 1-2-3, como pode ser visto na Fig. 3. Segundo Mendonça (2005), a direção das fibras define as três direções principais de propriedades de uma lâmina, que são as direções tomadas como referência nas definições das propriedades mecânicas, tensões e deformações.

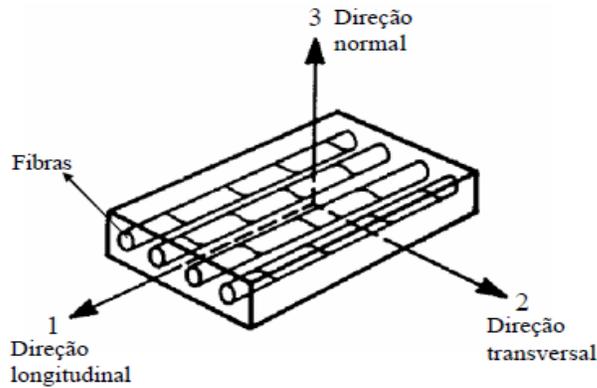


Figura 3 - Direções Principais da propriedade de uma lâmina (Jones, 1999).

O problema proposto por Barbero (2007) trata de uma placa simplesmente apoiada laminada em AS4/9310 com fração volumétrica de fibras igual a 0,6. O laminado possui dimensões de  $H = 500$  mm no sentido de  $y$ ,  $L = 1000$  mm no sentido de  $x$  e  $h = 10,2$  mm (divididos em 12 camadas de laminação com 0,85 mm de espessura, cada) no sentido de  $z$ , com orientação de  $(0/90)_3s$ . A laminação simétrica  $(0/90)_3s$  quer dizer que a configuração da placa é feita com 12 camadas e a orientação das fibras atende aos ângulos de 0 e 90 graus respectivamente até a sexta camada, sendo então repetidos de forma simétrica a partir da sétima camada, ou seja,  $(0/90/0/90/0/90/0/90/0/90/0)$ . A placa apresenta propriedades de engenharia referenciadas aos eixos 1-2-3 mostrados na Fig. 3.  $E_1$ ,  $E_2$  e  $E_3$  os módulos de Young nas direções principais 1, 2 e 3;  $\nu_{12}$ ,  $\nu_{13}$  e  $\nu_{23}$  são os valores de coeficiente de Poisson;  $G_{12}$ ,  $G_{13}$  e  $G_{23}$  são os módulos de elasticidade transversal cisalhante, nos planos 1-2, 2-3 e 3-1, respectivamente. Portanto, para a placa da Fig. 2,  $E_1 = 145880$  MPa,  $E_2 = E_3 = 13312$  MPa,  $G_{12} = G_{13} = 4386$  MPa,  $G_{23} = 4529$  MPa,  $\nu_{12} = \nu_{13} = 0,263$  e  $\nu_{23} = 0,470$ .

Com a aplicação do SHELL93, Barbero (2007) encontrou um valor de carga crítica de flambagem biaxial igual a 252,70 N/mm. Como verificação do modelo, com a utilização do SHELL281, a mesma carga crítica de 252,70 N/mm foi obtida. A Fig. 4 mostra a configuração flambada da placa sem furo. No gradiente de cores, o vermelho significa o maior deslocamento na direção  $z$  (transversal à placa) enquanto o azul apresenta o menor valor que é igual à zero.

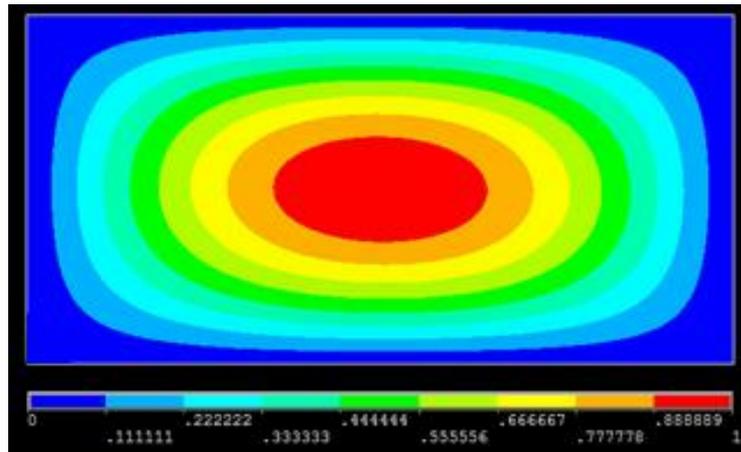


Figura 4 – Configuração flambada da placa sem furo.

Uma segunda verificação foi feita para uma placa simétrica e laminada, sob flambagem biaxial, porém, contemplando a aplicação de perfurações elípticas/circulares no centro da placa. A Fig. 5 mostra a configuração da placa utilizada nesta análise.

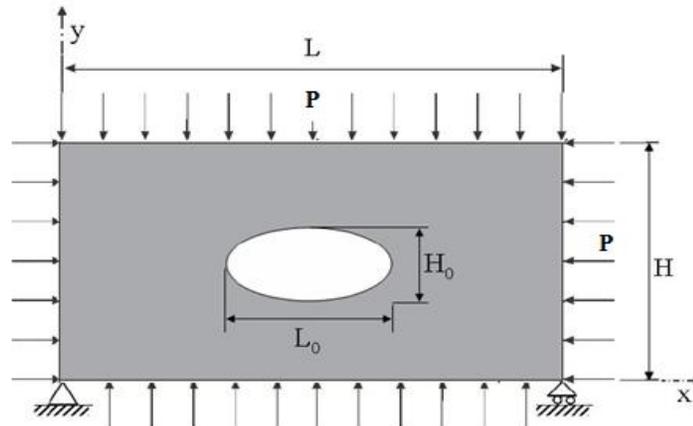


Figura 5 - Placa com furo elíptico centrado.

Joshi et al (2013) apresenta a avaliação de carga crítica de flambagem biaxial para uma placa laminada simétrica de fibra epoxy/carbono, de laminação (0/45)2s com altura  $H = 2000$  mm no sentido de  $y$ , largura  $L = 1000$  mm no sentido de  $x$  e espessura variando em razões  $L/h$ , onde  $h$  é a espessura da placa. O furo avaliado é circular com diâmetro de 500 mm, ou seja,  $H_0 = L_0 = 500$  mm. Para a placa da Fig. 4,  $E_1 = 139000$  MPa,  $E_2 = E_3 = 11000$  MPa,  $G_{12} = G_{13} = 4700$  MPa,  $G_{23} = 3700$  MPa,  $\nu_{12} = \nu_{13} = 0,320$  e  $\nu_{23} = 0,460$ .

A Tab. 1 apresenta o comparativo entre os resultados obtidos pela referência Joshi et al. (2013) utilizando o SHELL99, e o presente estudo com aplicação do SHELL281. Para obtenção dos resultados de Joshi et al. (2013) o software Digitizer® foi utilizado, com a finalidade de coletar os valores a partir da curva de referência.

Tabela 1 – Comparativo entre os valores de carga crítica obtidos pelo presente estudo, utilizando SHELL281, e por Joshi et al. (2013) utilizando SHELL99

Presente Estudo		Joshi et al.	
$L/h$	Carga Crítica (N/mm)	$L/h$	Carga Crítica (N/mm)
20	6733,04	20,297	6694,32
40	896,08	40,107	892,98
60	270,89	60,396	275,11
80	115,50	80,042	138,04
100	59,54	100,236	56,11

A Fig. 6 apresenta a configuração flambada da placa com furo circular central obtida nas análises do presente estudo. No gradiente de cores, o vermelho significa o maior deslocamento na direção  $z$  (transversal à placa).

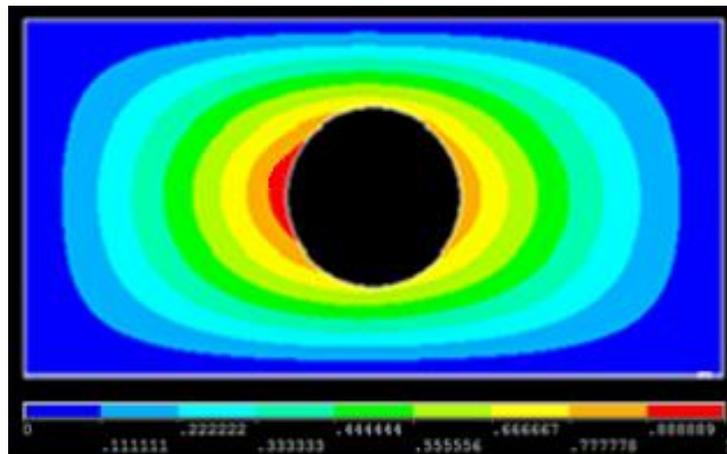


Figura 6 – Comportamento da placa deste estudo quando atingida a carga crítica de flambagem.

Como visto na Fig. 6, uma semi-onda foi formada no centro da placa. O comportamento é o mesmo obtido por Joshi et al. (2013), com o mesmo número de semi-ondas e a mesma distribuição de esforços na placa. Na Fig. 7 são apresentadas a curva obtida por Joshi et al. (2013) utilizando o SHELL99 a curva obtida com o SHELL281 no

presente estudo. Observa-se que conforme a espessura da placa diminui, o valor da carga crítica de flambagem também diminui.

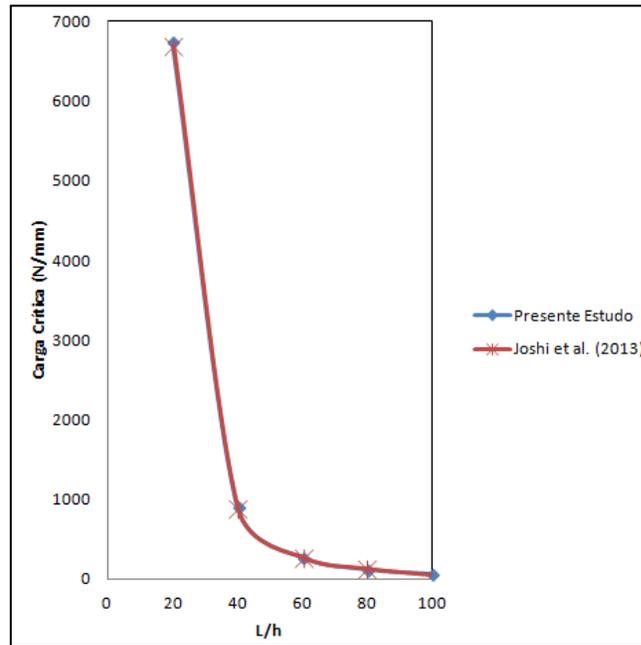


Figura 7 – Comparação das curvas de carga crítica entre Joshi et al. (2013) utilizando SHELL99 e o presente estudo utilizando SHELL281.

### 3. DESIGN CONSTRUTAL APLICADO À FLAMBAGEM DE PLACAS COMPÓSITAS

Em 1997 o *Constructal Design*, ou Design Construtal, foi proposto como uma visualização mental de que os sistemas de fluxo animados ou inanimados seguem um princípio físico fundamental, que é a Lei Construtal. O Design Construtal se baseia em três princípios fundamentais para descrever como as formas geométricas são determinadas (Bejan, 2000; Bejan e Lorente, 2008, Bejan e Zane, 2012), são eles: a vida é um fluxo e todos os sistemas são vivos (animado e inanimado); a geração de design e a sua evolução são um fenômeno da física, baseados em um princípio físico fundamental; os sistemas têm a tendência universal para evoluir em um determinado sentido no tempo.

Bejan e Zane (2012) afirmam que o Design Construtal proclama que a estrutura que proporciona maior facilidade de fluxo em sistemas que movimentam uma corrente de um ponto a uma área, ou de uma área para um ponto, é uma estrutura em forma de árvore. Ainda os autores relacionam esta forma de árvore com as formas do aparelho circulatório humano e do sistema nervoso, que geram estruturas semelhantes a uma árvore porque essa é a maneira mais fácil de promover o fluxo.

O Design Construtal vem sendo aplicado de forma frequente e apresentando bons resultados em várias abordagens sobre mecânica dos sólidos e análise de tensões para aplicações na engenharia naval e *offshore*. Quando há necessidade de perfurações nas placas e vigas estruturais, o Design Construtal passa a ser uma ferramenta muito importante na determinação geométrica, na definição da quantidade, bem como das posições e dimensões dos furos, de modo que estes componentes mantenham o melhor desempenho mecânico possível frente às solicitações mecânicas às quais são submetidos (Da Silva, 2015).

Buscando obter a melhor geometria do furo, para um volume perfurado previamente definido, o Design Construtal é aplicado neste estudo. A variação da dimensão dos furos testados é governada por um parâmetro chamado fração volumétrica ( $\emptyset$ ). Esse parâmetro representa a relação entre o volume do furo ( $V_0$ ) e o volume total da placa sem furo ( $V$ ). A fração volumétrica para uma placa retangular com perfuração elíptica é definida por:

$$\emptyset = \frac{V_0}{V} = \frac{\left[ \frac{(\pi H_0 L_0 h)}{4} \right]}{(HLh)} = \frac{(\pi H_0 L_0)}{(4HL)} \quad (6)$$

onde as dimensões estão dispostas na Fig. 5,  $\emptyset$  é a fração volumétrica e  $h$  é a espessura da placa.

Outra restrição imposta é a distância mínima entre o furo e a borda da placa. Para evitar a influência do efeito das bordas na carga crítica de flambagem, a variação geométrica do furo deve respeitar uma distância de 100 mm das bordas, ou seja, o furo deve respeitar os limites dimensionais de 300 mm no sentido de  $x$  e 800 mm no sentido de  $y$ .

#### 4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

A placa de Barbero (2007) será utilizada como referência. Com as mesmas dimensões e propriedades do material, a laminação foi simulada numericamente sob diferentes esquemas de laminação de forma a encontrar a melhor carga crítica em decorrência da variação angular das fibras durante a laminação. Inicialmente Barbero (2007) apresentou uma configuração de laminação (0/90)3s, onde a carga crítica de flambagem elástica biaxial obtida foi igual a 252,70 N/mm, conforme já apresentado no primeiro caso da verificação do modelo computacional. No entanto, com a variação do ângulo do esquema de laminação, é possível chegar a uma carga crítica de flambagem igual a 282,25 N/mm, quando a configuração de laminação é (-45/45)3s, como pode ser visto na Fig. 8.

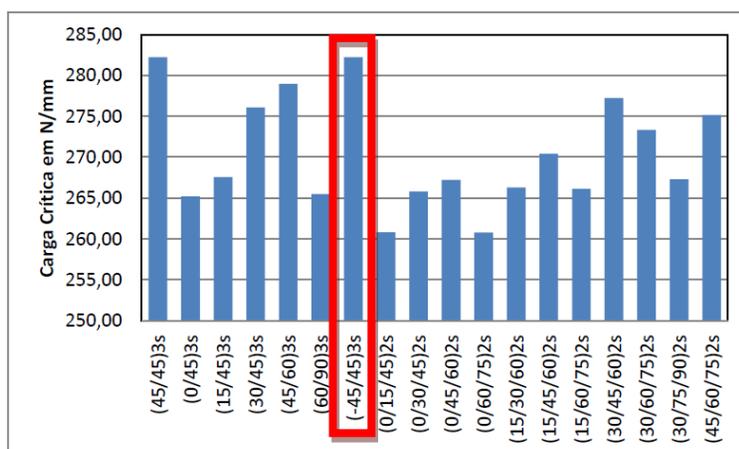


Figura 8 – Comparativo entre os valores, de carga crítica, encontrados para diferentes esquemas de laminação.

Observa-se a partir da Fig.8 que a laminação (45/45)3s obteve o mesmo valor para a carga crítica de flambagem biaxial que para a laminação (-45/45)3s. Para efeitos de análise, este estudo optou pela laminação (-45/45)3s devido a variação dos ângulos das fibras em cada uma das camadas. Após definido o esquema de laminação, de (-45/45)3s, o efeito do furo elíptico centralizado é analisado quanto à alteração causada na carga crítica de flambagem elástica. Respeitando os limites impostos para o furo e a configuração da placa como na Fig. 5, uma fração volumétrica igual a 0,25 é testada variando os dimensionais de altura e largura do furo elíptico. A Tab. 2 apresenta os valores obtidos para a carga crítica conforme a variação dimensional do furo elíptico para a placa obedecendo ao esquema de laminação (-45/45)3s.

Tabela 2 – Variação dimensional do furo elíptico e valores de carga crítica obtidos para uma  $\phi = 0,25$ .

$\phi = 0,25$					
$H$	$L$	$H_0$	$L_0$	$H_0/L_0$	$PCr (N/mm)$
500	1000	200	795,80	0,25	172,60
500	1000	210	757,90	0,28	176,39
500	1000	220	723,45	0,30	176,49
500	1000	230	692,00	0,33	179,27
500	1000	240	663,17	0,36	180,51
500	1000	250	636,64	0,39	181,36
500	1000	260	612,15	0,42	181,13
500	1000	270	589,48	0,46	181,31
500	1000	280	568,43	0,49	181,26
500	1000	290	548,83	0,53	182,83
500	1000	300	530,53	0,57	181,78

Como pode ser observado nos valores da Tab. 2, considerando o valor da carga crítica da placa sem perfurações que é de 282,25 N/mm, ocorre uma diminuição na magnitude da carga crítica devido à inserção da perfuração. Este

comportamento é análogo ao descrito por Baba e Baltaci (2007). Nota-se também que à medida que o valor da altura do furo se aproxima da altura da placa, a carga crítica de flambagem biaxial aumenta, ou seja, quanto menor for a diferença entre  $H$  e  $H_0$ , maior será a carga crítica de flambagem. A partir de uma relação  $H_0/L_0$  igual a 0,53, a carga crítica de flambagem apresenta uma queda no seu valor. A Fig. 9 apresenta o gráfico obtido com os valores de carga crítica de flambagem biaxial apresentados na Tab. 2.

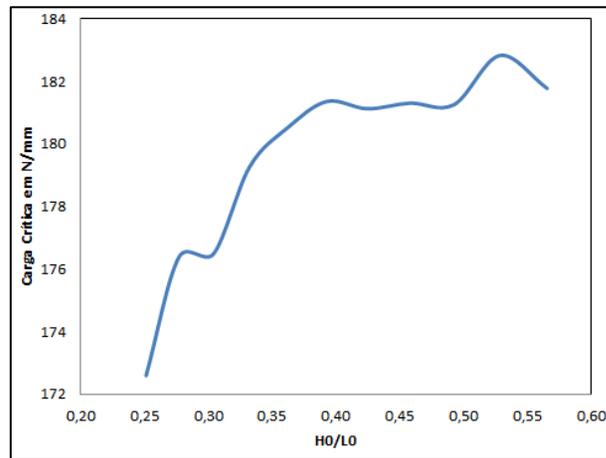


Figura 9 – Variação da carga crítica em função da variação de  $H_0/L_0$

A Fig. 10a apresenta configuração flambada para a placa com  $H_0/L_0 = 0,25$  onde foi obtido o menor valor de carga crítica, enquanto a Fig. 10b mostra a configuração flambada para a placa com  $H_0/L_0 = 0,53$  onde foi obtido o melhor comportamento mecânico, ou seja, o maior valor de carga crítica.

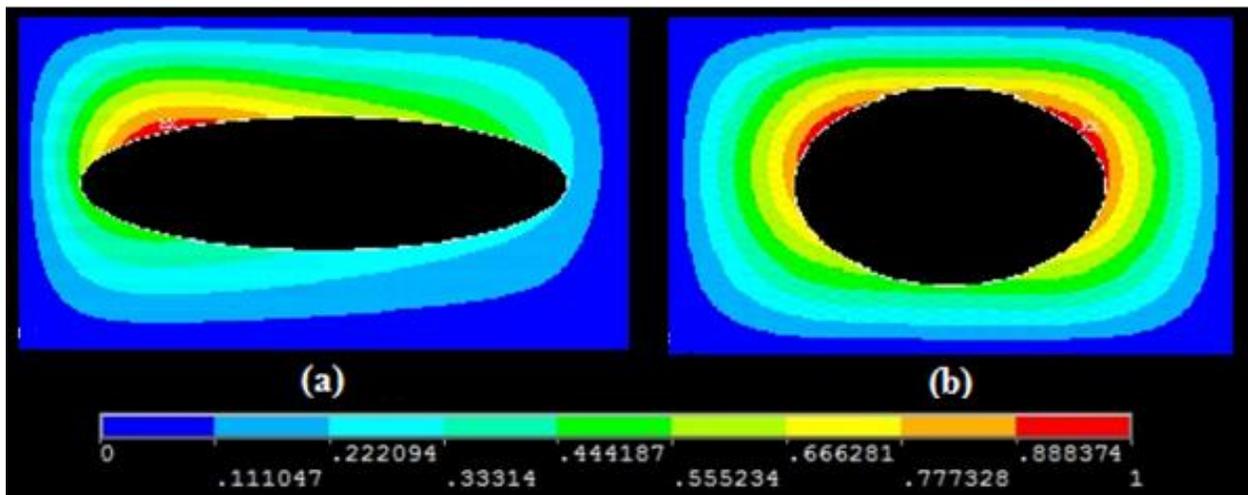


Figura 10 – Configuração flambada da placa (a)  $H_0/L_0 = 0,25$  e (b)  $H_0/L_0 = 0,53$ .

Nota-se que conforme o dimensional do furo se estende ao longo de  $x$ , o valor da carga crítica de flambagem diminui. Quando sob flambagem biaxial, a placa apresentou apenas uma semi-onda formada no centro, bem como visto em Joshi et al. (2013).

## 5. CONCLUSÕES

Pode-se observar que a variação do esquema de laminação apresenta impacto considerável na carga crítica de flambagem biaxial para uma placa delgada, como pode ser observado na Fig. 8. No case de Barbero (2007), o valor da carga crítica encontrada foi de 252,70 N/mm, para um esquema de laminação (0/90)3s. No entanto, quando utilizada uma laminação que obedeça ao esquema (-45/45)3s, é possível a obtenção de uma carga crítica de 282,25 N/mm para uma placa sem perfurações, o que representa uma melhoria de 11,70% no comportamento mecânico da placa laminada, somente devido à variação do esquema de laminação.

Em se tratando de placas laminadas, delgadas e simétricas com furos, pode-se concluir que a presença de furos reduz a carga crítica de flambagem. Para uma fração volumétrica de  $\emptyset = 0,25$  na placa proposta, a pior condição geométrica (quando  $H_0/L_0 = 0,25$ ) apresenta uma redução de 38,84% na carga crítica de flambagem elástica biaxial, quando comparada à placa sem furo. No melhor caso obtido (quando  $H_0/L_0 = 0,53$ ) para a mesma fração volumétrica, a carga crítica apresenta uma redução de 35,22% no valor da carga crítica de flambagem quando comparada a placa com furo elíptico com a placa sem perfurações. A pior carga crítica obtida foi para um  $H_0/L_0 = 0,25$ , onde 172,60 N/mm foram obtidos para a carga crítica. Por sua vez, quando  $H_0/L_0 = 0,53$ , a melhor carga crítica foi obtida no valor de 182,83 N/mm. A diferença representa uma variação de 5,6% apenas com a variação da geometria do furo, visto que o tipo de furo (elíptico) e a fração volumétrica foram mantidos durante a análise. Quando a geometria do furo estende-se no sentido de  $x$ , os menores valores da carga crítica foram obtidos, enquanto os melhores resultados foram obtidos conforme a geometria do furo se estendia ao longo de  $y$ .

Por fim, conclui-se que com o MEF em conjunto com o Design Construtal apresentam-se como uma boa ferramenta para avaliação e otimização geométrica de estruturas mecânicas, conduzindo a geometrias que proporcionam desempenhos superiores.

## 6. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à CAPES e ao CNPq pelas bolsas de pesquisa concedidas e à FURG pelo apoio.

## 7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Al-Qablan, H., Dwairi, H., Shatarat, N., Rosan, T., Al-Qablan, T., 2010. "Stability Analysis of Composite Panels with Stiffeners and Circular Cutouts". *Jordan Journal of Civil Engineering*, v. 4, n. 2, p. 119-131.
- ANSYS, 2009. *Element Reference Manual (version 12.1)*. Technology Drive, Canonsburg.
- ANSYS, 2004. *Analysis Guide*. Ansys Inc.
- ANSYS, 2005. *User's Manual (version 10.0)*. Swanson Analysis System Inc, Houston.
- Baba, Buket Okutan, Baltaci, Aysun, 2007. "Buckling Characteristics of Symmetrically and Antisymmetrically Laminated Composite Plates with Central Cutout". *Appl Compos Mater*, p. 265 - 276.
- Barbero, E. J., 2007. "Finite Element Analysis of Composite Material". Taylor & Francis Group. Boca Raton.
- Bejan, A., 2000. *Shape and structure, from engineering to nature*. Cambridge University Press, Cambridge.
- Bejan, A. e Lorente, S., 2008. *Design with Constructal Theory*. Wiley, Hoboken.
- Bejan, A. e Zane, J. P., 2012. *Design in nature*. Doubleday.
- Da Silva, Caio Cesar Cardoso, 2015. *Simulação numérica e método construtal design aplicados ao estudo de flambagem em placas com furos hexagonais utilizadas em estruturas navais oceânicas*. Dissertação (Mestrado em Engenharia Oceânica), FURG – Universidade Federal do Rio Grande, Rio Grande, RS, Brasil.
- K. J. Bathe, 1996. *Finite Element Procedures*. New Jersey: Prentice-Hall.
- Jones, Robert Millard, 1999. *Mechanics of Composite Materials*. Segunda Edição. Philadelphia: Taylor & Francis.
- Joshi, A., Reddy, P. R., Krishnareddy, V. N., Sushma, Ch. V., 2013, "Buckling Analysis of Thin Carbon/Epoxy Plate with Circular Cut-outs Under Biaxial Compression By Using FEA". *International Journal of Research in Engineering and Technology*, v. 02, p. 296 – 301, Bangalore, India.
- Madenci, E. e Guven, I., 2006. *The Finite Element Method and Applications in Engineering Using ANSYS®*. Ed. Springer.
- Medonça, P. de T. R., 2005. *Materiais Compostos & Estruturas Sanduíche: Projeto e Análise*, Edição 1, Editora Manole. Barueri, SP, Brasil.
- Przemieniecki, J. S., 1985. *Theory of Matrix Structural Analysis*. Ed. Dover Publications.
- Real, M. V., Isoldi, L. A., 2010, "Finite Element Buckling Analysis of Uniaxially Loaded Plates with Holes", *Conferência Sul em Modelagem Computacional*, Rio Grande – RS, FURG.
- Soo Kim, Young, 1995. "Biaxial Buckling of Laminated Composite Plates". Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica), Universidade de Concordia., Montreal.
- Zienkiewicz, O. C. , Taylor, R. L., 1989. *The Finite Element Method*. 4th ed.. McGraw - Hill Book Company, New York.

## 8. AVISO DE RESPONSABILIDADE

Os autores são os únicos responsáveis pelo material apresentado neste artigo.