VII SEMINÁRIO E WORKSHOP EM ENGENHARIA OCEÂNICA

Rio Grande, de 23 à 25 de Novembro de 2016

DESIGN CONSTRUTAL APLICADO A PROJETO DE CAVIDADES

Júlio César Burlamaqui Vianna[1], Emanuel da Silva Diaz Estrada[2], Liércio André Isoldi[3], Elizaldo Domingues dos Santos[4], Jeferson Avila Souza[5]

Universidade Federal do Rio Grande – FURG
Av. Itália, km 8, s/n, CEP 96203-900, Rio Grande, RS, Brazil
[1]juliocesar.vianna@yahoo.com.br
[2]emanuelestrada@furg.br
[3]liercioisoldi@furg.br
[4]elizaldosantos@furg.br
[5]jasouza@furg.br

RESUMO

O propósito deste trabalho é desenvolver um algoritmo computacional, baseado no princípio construtal, apto a construir uma cavidade isotérmica de resfriamento de um corpo sólido. As faces externas do sólido são adiabáticas e sua geração de calor é interna e constante. Além disso, o referido corpo constitui-se de material homogêneo possuindo condutividade térmica constante (isotrópico). A construção da cavidade, formada por retângulos elementares, inicia "ao centro na parte inferior da placa e deve progredir na direção das regiões de máxima temperatura. Para tanto, a cada passo deste processo, a equação da difusão térmica é resolvida numericamente (via método dos elementos finitos) permitindo que o algoritmo avance evolutivamente.

1. NOMENCLATURA

A	área [m²]
AE	algoritmo exaustivo
AG	algoritmo genético
c	calor específico [J/kgK]
EDP	equação diferencial parcial
MEF	método dos elementos finitos
H	altura do corpo sólido [m]
k	condutividade térmica [W/mK]
L	largura do corpo sólido [m]
PDETOOL	*Partial Differential Equation Toolbox*
q_0	geração de energia [W]
q'''	taxa volumétrica de geração de energia [W/m³]
RC	resolução da cavidade
T	temperatura [K]
L	comprimento do corpo sólido [m]
t	tempo [s]
x, y	coordenadas cartesianas [m]

2. INTRODUÇÃO

As obras na natureza são criadas e modificadas continuamente no tempo em termos de configuração, forma, estrutura, padrão e ritmo. Se apresentam como fenômenos naturais e podem ser interpretadas como projetos da natureza e, similarmente às invenções do homem, se caracterizam por otimizações geométricas as quais repercutem no fluxo de sistemas sejam eles animados ou inanimados [1]. Buscando conexão com estes fatos, a Teoria Construtal, defendida por Bejan, estabelece um novo ponto de vista para qualquer tipo de projeto. Sugere uma racionalização do processo de construção (criação) por meio do mapeamento das resistências aos fluxos, delimitas ao longo de certo domínio de controle. Seu alvo central está na maximização dos fluxos em sistemas por meio da otimização das resistências a sua passagem [2,3]. Indo além, o princípio construtal defende a ideia de que as estruturas e formas geométricas da natureza evoluem de forma determinística. Para que um sistema de tamanho finito persista no tempo, sua configuração deve moldar-se de modo que facilite as correntes de fluxo das entidades pertinentes sejam elas constituídas de energia, fluido, massa ou aglomerados de organismos [4,5]. Sua teoria lida com a maneira como um sistema molda-se ao longo do tempo e considera que os projetos na natureza são dinâmicos e permanentemente passíveis de modificações [6,7].

Em nível de aplicação, o princípio construtal busca modelos matemáticos, determinísticos, que ofereçam todo o tipo de solução de projeto. Encontram-se exemplos de pesquisa em migrações de animais, eventos de geofísicos, distribuição de riquezas, fluxo de comunicações, configurações de canais em bacias hidrográficas, fissuras em corpos sólidos, tecidos vascularizados, dispositivos eletrônicos e redes em árvore para o transporte de pessoas, bens e informações [6,8,9]. No campo de gerenciamento térmico, tem-se aplicações em resfriamento de motores de combustão interna. Independentemente da entidade em questão, a ideia central é descobrir a melhor forma de canalizá-la [8,10,11].

Nos últimos anos surgiram vários trabalhos focados na maximização da transferência de calor por meio de cavidades ou canais condutivos. Bejan [1] resolveu um problema que envolvia a geração de calor a partir de um volume finito. A partir de um volume elementar construía-se o canal condutivo através de uma sequência racional de otimizações. O objetivo era definir a geometria ótima deste canal de forma que a dissipação térmica alcançasse a máxima eficiência. Como resultado, se obteve um canal com formato semelhante ao de uma árvore [1,2].

Biserni et al. [12] ao otimizarem dois tipos de cavidades, nas formas de *C* e *T*, constataram o melhor desempenho da configuração em T. Estudando a cavidade *H*, Biserni et al. [13] estudaram a cavidade *H* e concluíram que seu desempenho térmico é três vezes superior à forma *T* e quatro vezes maior à forma *C*. Lorenzini et al., [14], perceberam que as cavidades *T* e *Y* reduziam sua resistência térmica global com o aumento da fração volumétrica dos seus troncos. Este trabalho também demonstrou que os valores ótimos da cavidade *Y* são 35% superiores aos da cavidade *I* estando ambas sob as mesmas condições térmicas e geométricas.

Simulando um canal em forma de *X*, formado por material de alta condutividade térmica, Lorenzini et al. [15] concluíram que, para pequenos valores de condutividade térmica e fração de área, a performance do canal em *X* é aproximadamente a mesma do canal *I*. Porém, para valores elevados de condutividade térmica e fração de área, este mesmo canal *X* apresentava resultados 51% superiores.

Souza e Ordonez [5] a partir da leitura dos gradientes de temperatura em uma placa de material de baixa condutividade térmica, criaram um algoritmo que alterava a condutividade em determinados pontos do domínio do corpo sólido gerando, evolutivamente, um canal de alta dissipação térmica.

Lorenzini et al. [8] tinham como proposta minimizar o excesso de temperatura entre um sólido e uma cavidade *Y* por meio de algoritmos genéticos *AG* e de busca exaustiva *AE*. Seus resultados demonstraram que os *AG*, se comparados aos algoritmos de busca exaustiva, são amplamente vantajosos quando se deseja obter a melhor distribuição das imperfeições com uma quantidade de simulações consideravelmente inferior.

O presente trabalho desenvolve um código computacional apto a construir uma cavidade de resfriamento situada em um corpo sólido cuja geração de calor é interna. O processo de construção é baseado no princípio construtal de maneira que a configuração da cavidade seja expandida evolutivamente na direção dos pontos de máxima temperatura. A equação da difusão térmica é resolvida numericamente a cada passo deste processo construtivo.

3. DEFINIÇÃO DO PROBLEMA

O problema aborda uma placa sólida, retangular, de volume finito. A Figura 1a descreve a geometria e condições de contorno onde H (m), L (m) e W (m) representam as dimensões de altura, largura e espessura, respectivamente. A geração de calor q''' (W m^{-3}) é interna ao corpo sólido e ocorre a uma taxa constante. Além disso, seu corpo é homogêneo e isotrópico, ou seja, com condutividade térmica k (W m^{-1} K^{-1}) constante.

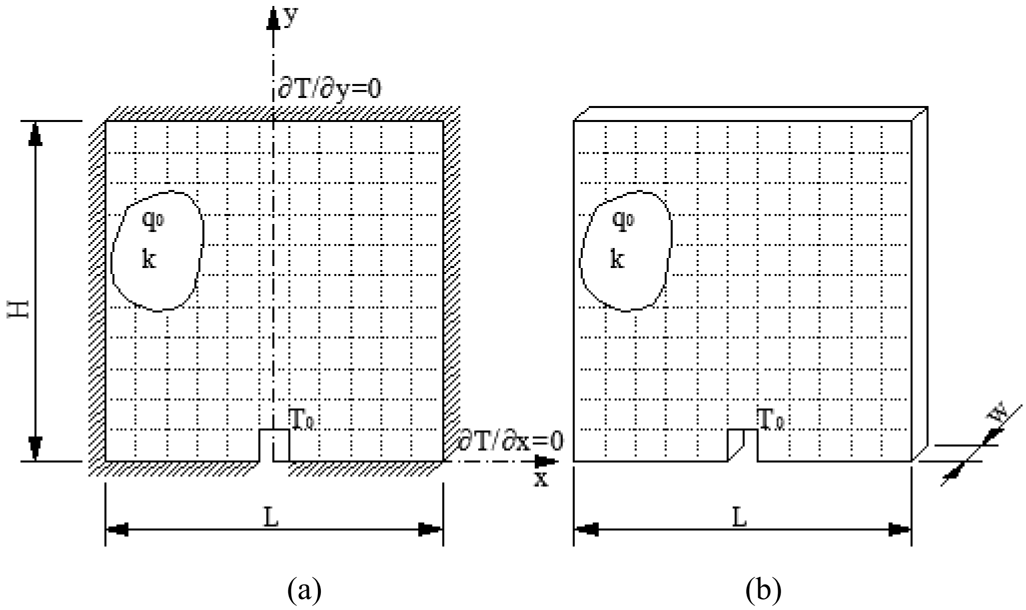


Figura 1. Corpo do sólido: (a) condições de contorno; (b) Perspectiva 3D.

As superfícies externas à placa são adiabáticas de modo que suas fronteiras são de fluxo prescrito $\partial T/\partial x$ e $\partial T/\partial y$ (condição de contorno de Neumann). A cavidade (isotérmica) assume condição de contorno de Dirichlet com T_0 representando a temperatura prescrita. Neste caso, as dimensões de altura e largura são consideravelmente superiores à espessura de modo que a formulação 2D foi suficiente para o modelo matemático.

4. MODELO MATEMÁTICO

O modelo matemático aplica a equação da difusão térmica a qual é válida para meios homogêneos e de regime transiente [16].

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(k\frac{\partial T}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(k\frac{\partial T}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(k\frac{\partial T}{\partial z}\right)+q'''=\rho c\frac{\partial T}{\partial t} \tag{1}$$

onde x, y, z representam as coordenadas espaciais, k (W/mK) a condutividade térmica, T (K) o campo de temperaturas, q''' (W/m³) a taxa volumétrica de geração de energia, ρ (kg/m³) a massa específica, c (J)o calor específico e t (s) o tempo.

Duas simplificações são feitas na Eq. (1). Primeiramente, simplifica-se para o caso bidimensional, pois a espessura da placa é constante e extremamente fina, se comparada às dimensões de altura e largura da placa. Como o problema é de regime permanente, o termo transiente de Eq. (1). deve ser retirado.

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(k\frac{\partial T}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(k\frac{\partial T}{\partial y}\right)+q'''=0 \tag{2}$$

4.1 Restrições e adimensionalizações

As restrições do modelo matemático estão vinculadas tanto ao volume do corpo sólido (constante) quanto ao volume da cavidade de resfriamento. Como a análise deste problema é bidimensional, tais restrições repercutem nas áreas da placa A

$$A=H\cdot L \tag{3}$$

e da cavidade A_c a qual fica definida por uma relação com a área da placa A.

$$\Phi = \frac{A_c}{A} \tag{4}$$

A equação da difusão térmica, adimensionalizada, é definida na Eq. (5).

$$\frac{\partial^2 \tilde{T}}{\partial \tilde{x}^2} + \frac{\partial^2 \tilde{T}}{\partial \tilde{y}^2} + 1 = 0 \tag{5}$$

Onde a temperatura adimensional é

$$\tilde{T} = \frac{T - T_{min}}{q''' A / K} \tag{6}$$

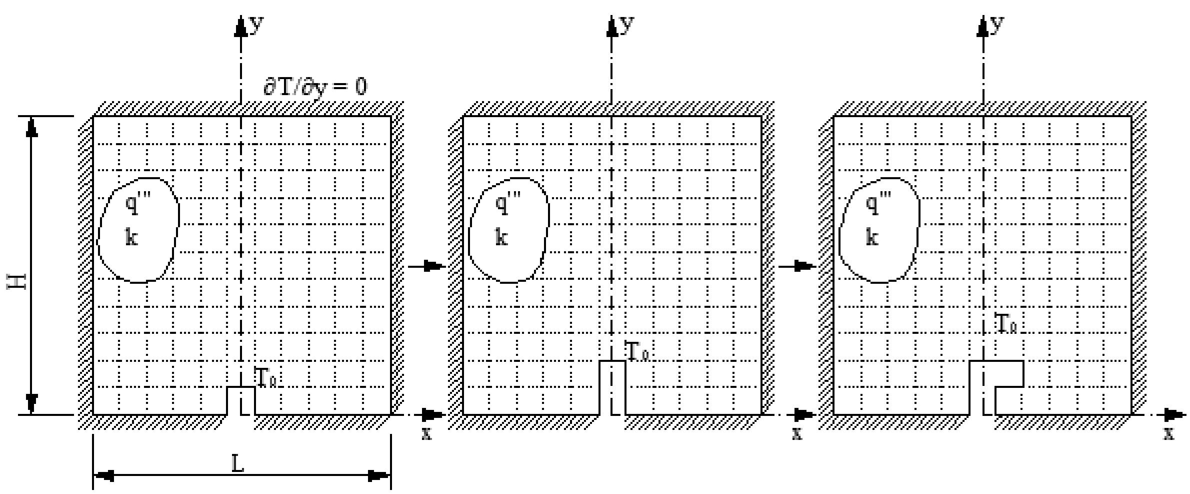
As cotas de altura H e largura L, informadas na Fig. 1, são adimensionalizadas na Eq. (7).

$$\tilde{H}, \tilde{L} = \frac{H, L}{A^2} \tag{7}$$

5. MODELO COMPUTACIONAL E ALGORITMO DE SOLUÇÃO

O modelo matemático utiliza o pacote de ferramentas *PDETOOL*, pertencente ao software Matlab, para a solução do campo de temperaturas. As equações diferenciais parciais *EDP,* pertinentes ao modelo utilizado, são discretizadas e resolvidas via método de elementos finitos *MEF* por meio de uma interface gráfica de usuário (*graphical user interface GUI)*[17].

O processo começa com a placa inteira, ainda sem cavidade. Então é inserido o primeiro elemento de cavidade ao centro, na parte inferior do domínio (Fig. 2 (a)). Logo em seguida, o *PDETOOL* calcula numericamente o primeiro campo de temperaturas. Gerado o campo de temperaturas, o algoritmo calcula a distância entre todos os elementos da placa e cada um dos elementos adjacentes à cavidade. Com as distâncias calculadas, o algoritmo define em qual direção será construída a próxima cavidade (Fig. 2 (b)). A equação da difusão é resolvida novamente. Outro campo de temperaturas, diferente, é obtido. Novamente o algoritmo escolhe o melhor lugar onde produzir a cavidade (Fig. 2 (c)). A Fig. 2 ilustra o processo.



(a) (b) (c)

Figure 2. Corpo sólido: (a) cavidade inicial; (b) primeiro elemento removido (c) segundo elemento removido.

Elementos retangulares, de lados iguais, formam a malha sob a qual será produzida a cavidade. As medidas dos elementos dependem tanto das dimensões do domínio quanto da quantidade de elementos. Quanto maior a quantidade de elementos, menores serão as suas dimensões e maior será a resolução de área para a construção da cavidade. Este parâmetro fica definido pela resolução da cavidade *RC*.

O algoritmo constrói cada elemento de cavidade pela identificação das regiões de máxima temperatura. As regiões identificadas são removidas. O processo de remoção de material é interrompido quando a restrição de área da cavidade for atingida. É apresentado a seguir o algoritmo.

1. *definir geometria e condições de contorno;*
2. *resolver numericamente a equação da difusão térmica;*
3. *calcular Tmax e identificar sua posição na malha;*
4. *calcular a distância entre cada elemento adjacente à cavidade e a posição de Tmax;*
5. *remover o elemento com a menor distância;*
6. *retornar ao passo 2 e repetir o laço até que a cavidade atinja seu limite de área.*

6. RESULTADOS

A Figura 3 descreve o processo completo de construção da cavidade para um *RC* 23 e uma restrição de área para formação da cavidade ϕ de 0,045. Para cada passo da construção da cavidade, a equação da difusão térmica é resolvida e o respectivo mapa de temperaturas é apresentado.

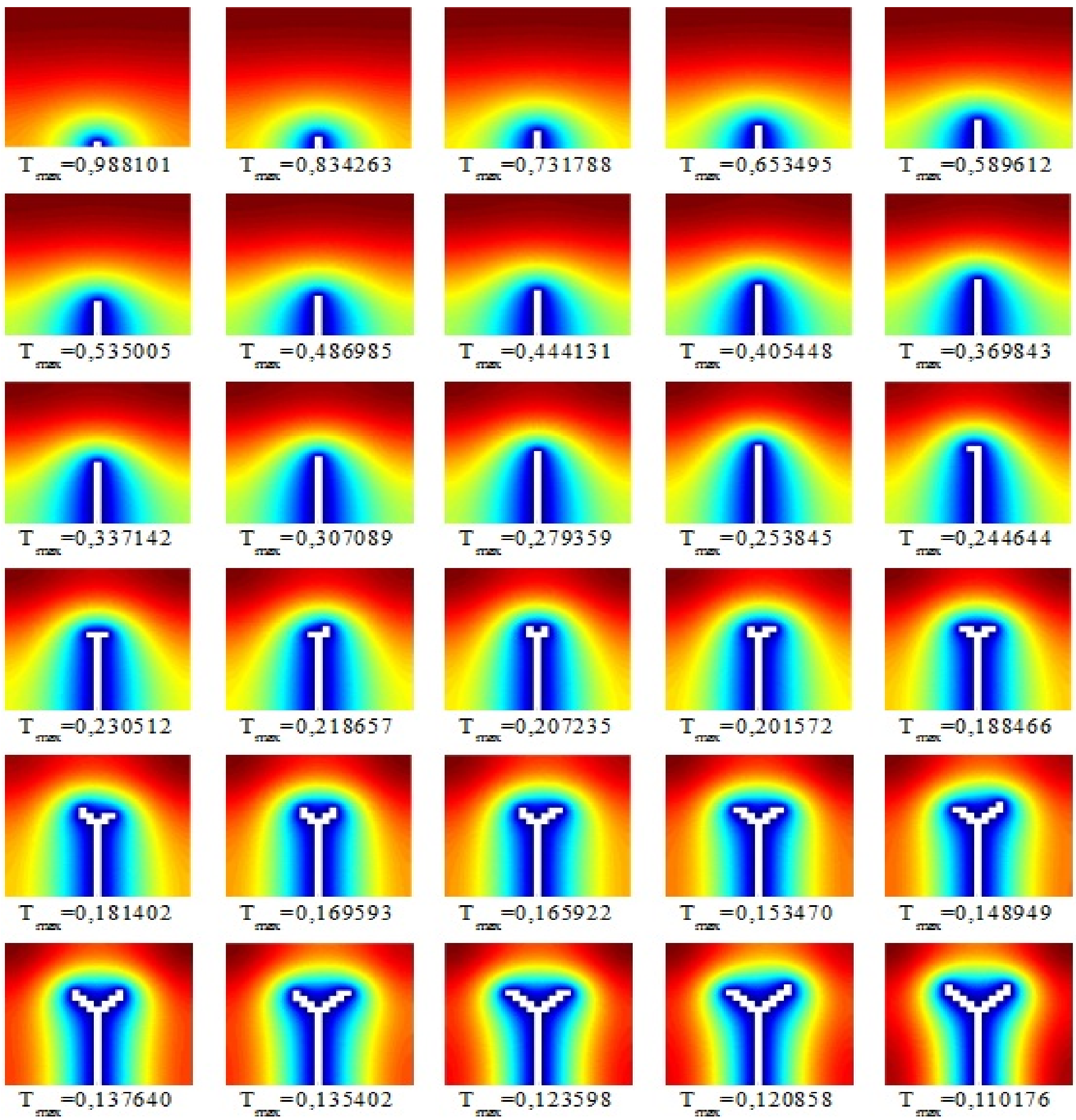


Figura 3. Construção de uma cavidade: 30 passos em sequência (*RC* = 23, ϕ = 0.045).

Conforme determina o algoritmo, a construção da cavidade avança na direção dos elementos onde há máxima temperatura. Para tanto, é feito o cálculo da distância entre cada um destes elementos (*hot spots*) e os elementos referentes às arestas da cavidade (um por vez). Os elementos que apresentarem menor distância são removidos de modo que a cavidade aumente até atingir o limite de área definido. Este comportamento é evidenciado pela Fig. 3 entre as etapas 15 e 16 (T_{max} = 0,244644 e T_{max} = 0,230512). Frisa-se que a simulação apresentada na Fig. 3 (*RC* 23 e ϕ de 0,045) incrementa a área total da cavidade conforme a mesma se expande.

De maneira semelhante, porém mantendo fixa a área da cavidade e variando somente a resolução da cavidade *RC* o algoritmo produziu, em simulações paralelas, cavidades com configurações distintas. A Figura 4 mostra as diferentes configurações obtidas pelo algoritmo o qual utilizou um ϕ de 0,05 com resolução da cavidade *RC* variando entre 9 e 31.

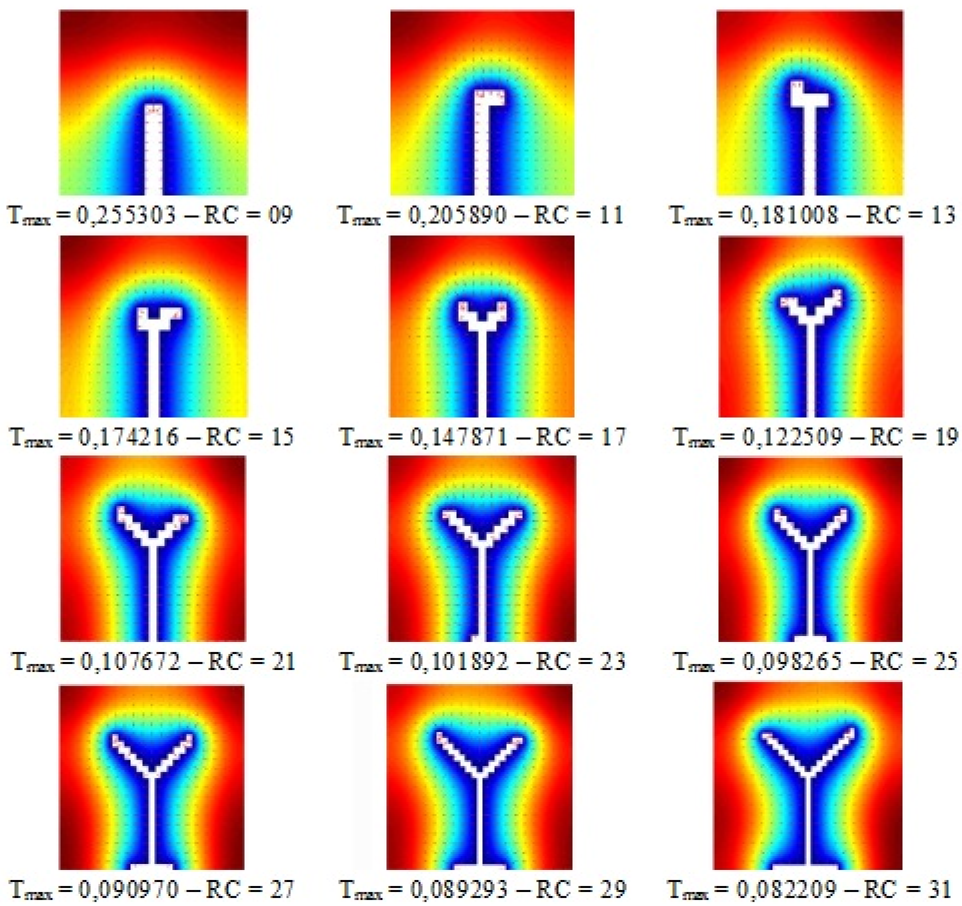


Figura 4. Construção da cavidade para distintos valores de *RC* (ϕ = 0,05).

Verificando a Fig. 4, constata-se que o aumento da resolução da cavidade permite que o algoritmo construa cavidades com configurações diferentes e mais complexas. Quanto mais complexas as ramificações, mais baixos são os valores de T_{max}. Em conformidade com a teoria construtal, percebe-se que quanto maior o nível de complexidade das cavidades (maior *RC)*, mais baixas são as temperaturas. A melhor distribuição das imperfeições permite uma fluidez térmica mais eficiente ([1], [14]).

Além disso, simulações extras, com uma faixa de valores de restrição de área ϕ maior, também foram executadas. Esta medida visa o entendimento do comportamento térmico do algoritmo sobre uma zona maior de domínio da placa. Ampliando os valores de ϕ, para distintas resoluções de cavidade *RC*, os pontos de máxima temperatura reduziram seus picos com o aumento de *RC*, como esperado (Figura 5).

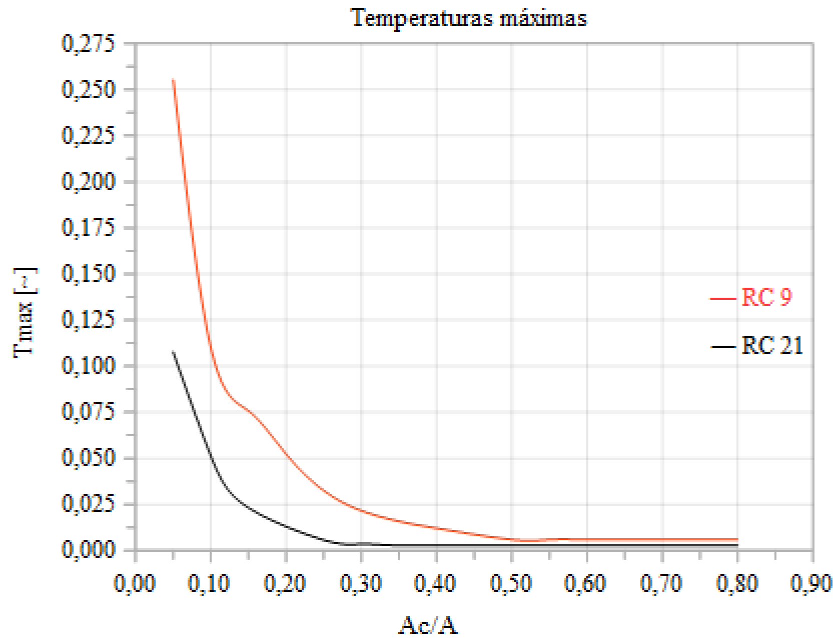


Figura 5. Comportamento de T_{max} para distintos valores de resolução de cavidade *RC* (q''' constante).

Os pontos de máxima temperatura reduziram seus valores com o incremento de *RC* e o crescimento da cavidade, nos dois casos descritos na Figura 5. Entretanto, como efeito não esperado, estes mesmos picos de temperatura apresentaram valores constantes a partir de certa área de cavidade. Para *RC*=21, a partir de ϕ=*0,35*, T_{max} estabilizou em 0,0026925. Do mesmo modo, para *RC*=9, de ϕ=0,5 em diante, T_{max} manteve-se constante em 0,0059560.

Este efeito não condiz com a expectativa. Ao longo do processo de construção da cavidade, dada que a geração de energia q_0 é variável e decrescente, a partir de certo ϕ, ótimo, esperava-se que T_{max} retornaria a crescer.

7. CONCLUSÕES

Este trabalho desenvolve um algoritmo computacional, baseado na teoria construtal, apto a construir cavidades de resfriamento imersas em corpos sólidos, homogêneos e isotrópicos cuja geração de calor é interna e constante. No começo, as simulações fixam tanto a resolução de cavidade *RC* quanto a restrição de área para formação da cavidade ϕ em 23 e 0,045, respectivamente. A evolução da cavidade segue o padrão de construtais estudado por Bejan [1] se expandindo para as configurações C, T, Y e H, conforme os trabalhos de Biserni et al. ([12], [13]). Como esperado, os valores de T_{max} reduziram ao longo deste processo.

A próxima etapa simula casos com *RC* variando entre 9 e 31 (somente valores ímpares) e restrição de área ϕ fixa em 0,05. Conforme descrito na Figura 5, quanto maior *RC*, para um mesmo ϕ, menores são os valores de T_{max}, ou seja, de acordo com Bejan [2], quanto maior a complexidade da cavidade, menores são as temperaturas.

A última etapa de simulações extrapola os valores de ϕ usuais a fim de se obter o perfil térmico do corpo sólido em uma faixa maior da área da placa. Foi observado que, inicialmente, T_{max} reduz normalmente até certo ponto a partir do qual seu valor passa a ser constante. Enquanto T_{max} decresce, no início do processo, a formação da cavidade segue o padrão esperado, de acordo com os perfis construtais de Bejan [1].Somente o segundo efeito, T_{max} tornar-se constante, foi inesperado. A expectativa era que, a partir de certo valor de ϕ, T_{max} voltasse a crescer, pois a otimização da cavidade seria menos significativa do que a quantidade de material disponibilizada pelo corpo sólido propriamente dito. Os resultados indicam que o algoritmo mantém a taxa volumétrica de geração de energia q''' constante, o que é inadequado. Desta forma, o presente trabalho sugere um ajuste no referido algoritmo a fim de tornar q''' acoplado com o volume instantâneo da placa.

8. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem a Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado do Rio Grande do SUL (FAPERGS) e ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pelo suporte financeiro.

9. REFERÊNCIAS

[1] Bejan, A., Mar. 1997, “constructal-theory network of conducting paths for cooling a heat generating volume,” *Int. J. Heat Mass Transf.*, vol. 40, no. 4, pp. 799–816.

[2] Bejan, A., 2000, *Shape and structure, from engineering to nature*. Cambridge: Cambridge Univ. Press.

[3] Bejan, A., Jun. 2015, “constructal Law: Optimization as Design Evolution,” *J. Heat Transf.*, vol. 137, no. 6, p. 61003.

[4] Lorente, S., Wechsatol, W., and Bejan, A., Jul. 2002, “Tree-shaped flow structures designed by minimizing path lengths,” *Int. J. Heat Mass Transf.*, vol. 45, no. 16, pp. 3299–3312.

[5] Rocha, Luiz A. o, 2012, *Constructal law and the unifying principle of design*. New York: Springer.

[6] Bejan, A. and Lorente, Sylvie, Oct. 2011, “The constructal law and the evolution of design in nature,” *Phys. Life Rev.*, vol. 8, no. 3, pp. 209–240.

[7] Marck, G., Harion, J.L., Nemer, M., Russeil, S., and Bougeard, D., Feb. 2011, “A new perspective of constructal networks cooling a finite-size volume generating heat,” *Energy Convers. Manag.*, vol. 52, no. 2, pp. 1033–1046.

[8] Lorenzini, Giulio, Biserni, Cesare, da Silva Diaz Estrada, Emanuel, Domingues Dos Santos, Elizaldo, André Isoldi, Liércio, and Oliveira Rocha, Luiz Alberto, May 2014, “Genetic Algorithm Applied to Geometric Optimization of Isothermal Y-Shaped Cavities,” *J. Electron. Packag.*, vol. 136, no. 3, p. 31011.

[9] Kuddusi, Lütfullah and Eğrican, Nilüfer, May 2008, “A critical review of constructal theory,” *Energy Convers. Manag.*, vol. 49, no. 5, pp. 1283–1294.

[10] Reis, A. Heitor, 2006, “Constructal Theory: From Engineering to Physics, and How Flow Systems Develop Shape and Structure,” *Appl. Mech. Rev.*, vol. 59, no. 5, p. 269.

[11] Eslami, M. and Jafarpur, K., May 2012, “Thermal resistance in conductive constructal designs of arbitrary configuration: A new general approach,” *Energy Convers. Manag.*, vol. 57, pp. 117–124.

[12] Biserni, C., Rocha, L.A.O., and Bejan, A., Jun. 2004, “Inverted fins: geometric optimization of the intrusion into a conducting wall,” *Int. J. Heat Mass Transf.*, vol. 47, no. 12–13, pp. 2577–2586.

[13] Biserni, C., Rocha, L.A.O., Stanescu, G., and Lorenzini, E., Jun. 2007, “Constructal H-shaped cavities according to Bejan’s theory,” *Int. J. Heat Mass Transf.*, vol. 50, no. 11–12, pp. 2132–2138.

[14] Lorenzini, G., Biserni, C., and Rocha, L.A.O., Aug. 2011, “Geometric optimization of isothermal cavities according to Bejan’s theory,” *Int. J. Heat Mass Transf.*, vol. 54, no. 17–18, pp. 3868–3873.

[15] Lorenzini, G., Biserni, C., and Rocha, L.A.O., Mar. 2013, “Constructal design of X-shaped conductive pathways for cooling a heat-generating body,” *Int. J. Heat Mass Transf.*, vol. 58, no. 1–2, pp. 513–520.

[16] Çengel, Yunus A. and Ghajar, Afshin J., 2012, *Transferência de calor e massa: uma abordagem prática*. .

[17] “Partial Differential Equation Toolbox (PDETOOL), User’s Guide (R2016a).” 2016.

10. NOTAS DE RESPONSABILIDADE

Os autores são os únicos responsáveis pelo material descrito neste trabalho.